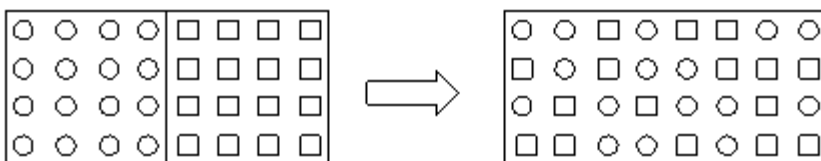


Termodinâmica 2/2015 Trabalho de Casa 5

Entrega até quarta, 20/01, às 18:00.

Como em todo trabalho de casa, você deve exibir todos os detalhes das soluções. Sempre que isto for apropriado, deduza uma expressão algébrica primeiro e só ponha números no último passo. Teste sempre se sua resposta faz sentido físico, verificando as unidades e confrontando-a com casos particulares ou limites conhecidos

1. Usando um modelo idealizado de misturas, considere dois sólidos cristalinos, A e B, compostos de átomos diferentes, Fe e Sn, ocupando sítios de uma rede cristalina, com N_A e N_B átomos, respectivamente. O número total de átomos é $N = N_A + N_B$. Os dois sólidos são postos em contato e os átomos se difundem entre os dois saltando aleatoriamente de um para outro sítio da rede cristalina.



A) Qual a multiplicidade Ω do sistema composto devido à mistura? Isto é, quantos arranjos diferentes existem dos N_A e N_B átomos entre os N sítios cristalinos?

B) Qual é a entropia da mistura? Suponha $N_A, N_B \gg 1$. Mostre que esta é a mesma fórmula que você deduziu no trabalho de casa da última semana. (Você pode agora entender porque não há entropia de mistura quando todos os átomos são idênticos?)

2. Considere um sólido de Einstein com N osciladores e energia total $U = q\epsilon$, no limite $N, q \gg 1$ (sem supor nenhuma relação específica entre os valores de N e q).

$$\Omega(N, q) = \left(\frac{q + N}{q} \right)^q \left(\frac{q + N}{N} \right)^N.$$

A) Mostre que a multiplicidade do sólido é

B) Qual a entropia deste sólido? Simplifique sua expressão o máximo possível.

C) Deduza uma expressão para a temperatura do sólido, como função de N e q . Simplifique sua expressão o máximo possível.

D) Inverta o resultado do item (C) para obter a energia U como função da temperatura T . Como sempre, simplifique sua expressão o máximo possível. Esboce um gráfico de energia U vs temperatura T usando variáveis adimensionais, $U/(N\epsilon)$ vs. kT/ϵ .

E) Mostre que, no limite de alta temperatura ($q \gg N$), a temperatura é proporcional à energia média por oscilador (satisfazendo portanto o teorema da equipartição).

3. A) Usando o resultado do problema anterior, calcule a capacidade térmica C de um sólido de Einstein no limite $N, q \gg 1$. Dica: Para um sólido de Einstein, supomos $V =$

constante, portanto $C = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$.

B) Esboce um gráfico da capacidade térmica vs. temperatura usando variáveis adimensionais: $C/(Nk)$ vs. kT/ϵ .

C) Mostre que a capacidade térmica C se torna Nk (o valor previsto pela lei de Dulong-Petit) no limite de alta temperatura. Lembre: se $\delta \ll 1$, $e^\delta = (1+\delta)$

4. Considere dois sólidos de Einstein, A e B, em contato térmico e isolados do resto do universo. O sólido A tem $N_A=1000$ osciladores; o sólido B tem $N_B=3000$ osciladores. Os dois sólidos partilham um total de unidades de energia $q_{\text{tot}} = q_A + q_B = 5000$.

A) Esboce um gráfico, como o da Fig.3.1 na página 87, da entropia (adimensional) ($\ln \Omega = S/k$) vs. a energia (adimensional) do sólido A (q_A). Note que você pode usar o resultado do problema 2 para calcular a entropia. Mostre as três entropias, S_A/k , S_B/k , e $S_{\text{tot}}/k = S_A/k + S_B/k$, no mesmo gráfico, como na Fig.3.1.

B) Estime o valor de q_A no equilíbrio, isto é, o valor de q_A que maximiza a entropia total do sistema.

5. Um cubo de gelo (massa de 30 g) a 0°C é abandonado na pia da cozinha onde derrete gradualmente. A temperatura da cozinha é 25°C .

A) Calcule a variação de entropia do cubo de gelo ao longo do processo de derretimento a 0°C descrito acima. (Ignore a pequena variação de volume envolvida.)

B) Calcule a variação de entropia da água produzida pelo derretimento do gelo em seu aquecimento de 0°C a 25°C .

C) Calcule a variação de entropia da cozinha produzida pela transferência de energia dela para o gelo e a água (ou pelo calor por ela cedido.)

D) Calcule a variação de entropia do universo resultante dos processos descritos. Esta variação líquida é positiva, negativa ou nula? Este resultado era esperado por você? Porque, ou porque não?

6. Que relação entre derivadas parciais você pode deduzir da identidade termodinâmica ao considerar um processo que ocorra a entropia constante? A equação resultante concorda com o que você já sabia? Porque, ou porque não?
7. Um litro de ar, inicialmente à temperatura ambiente e pressão atmosférica, é aquecido à pressão constante até dobrar de volume. Calcule o aumento de entropia durante este processo.

Pontos

Problema	Pontos
1	3
2	5
3	3
4	3
5	2
6	2
7	2
Total	20